

Mathématiques - TD N° 5

1 Déterminer les diviseurs des nombres : 308 et 448 puis déterminer leur PGCD.

2

1. Déterminer : $\text{PGCD}(3020, 2880)$.
2. Déterminer : $\text{PGCD}((2012^{2008}, 2008^{2012}))$.

3

1. Quel est le PGCD de deux entiers pairs consécutifs.
2. Quel est le PGCD de deux entiers impairs consécutifs.

4

Pour $n \in \mathbb{N}^*$ On considère les entiers : $A = 3n^2 + 2n$ et $B = 2n^2 + n$.

1. Déterminer $\text{PGCD}(A, B)$.
2. Sachant que $AB = \text{PGCD}(A, B) \times \text{PPCM}(A, B)$, déterminer $\text{PPCM}(A, B)$.

5

Déterminer tous les couples d'entiers naturels (x, y) tels que : $x + y = 72$ et $\text{PGCD}(x, y) = 9$.

6

Trouver tous les couples d'entiers naturels (p, q) tels que : $\text{PGCD}(p, q) = 121$ et $pq = 439230$.

7

Calculer en utilisant l'algorithme d'Euclide : $\text{PGCD}(2^{21} - 1, 2^{12} - 1)$.

8

Résoudre dans $\mathbb{Z}$ le système :
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 5440 \\ \text{PGCD}(x, y) = 8 \end{cases}$$

9

Dans un repère du plan, on considère le point $A(a, b)$ où a et b sont des entiers non nuls. Combien de point à coordonnées entières sont sur $[OA]$?

On pourra au préalable montrer que si $B(x_1, y_1) \in [OA]$ alors $B'(\frac{x_1}{\alpha}, \frac{y_1}{\alpha}) \in [OA]$.

10

1. Montrer que $\forall n \in \mathbb{Z}$, $\text{PGCD}(2n + 8, 3n + 15)$ divise 6.
2. Déterminer tous les entiers n tels que $\text{PGCD}(2n + 8, 3n + 15) = 6$.
3. Selon les valeurs de n déterminer $\text{PGCD}(n + 1, 2n + 1)$ et $\text{PGCD}(3n + 4, 2n + 3)$.